

PROJEKTI ZADATAK IZ MATEMATIKE: TESLINA JAKOST MAGNETSKOG POLJA I JEDNADŽBA KRUŽNICE

Uvod u temu projekta

Nikola Tesla jedan je od najpoznatijih i najvažnijih hrvatskih znanstvenika i izumitelja koji je djelovao u drugoj polovici 19. i prvoj polovici 20. stoljeća. Svojim je dugogodišnjim istraživanjima, pokusima i izumima nedvojbeno doprinio razvoju moderne elektrotehnike, a njegov ključan doprinos svim područjima ljudskih djelatnosti današnjice jest izum električne struje. Međutim, osim čiste pojave električne struje, pripisuju mu se i brojne druge zasluge, poput formiranja okretnog magnetskog polja, zavojnice (rezonantnog transformatora), indukcijskog motora, te brojni ostali poznati izumi. Primjerice, o njegovoj važnosti za fiziku i srodne znanosti svjedoči i činjenica da je mjerna jedinica u Međunarodnome sustavu mjernih jedinica (SI-sustavu) za jakost magnetskog polja (\vec{B}) upravo imenovana teslom (T).

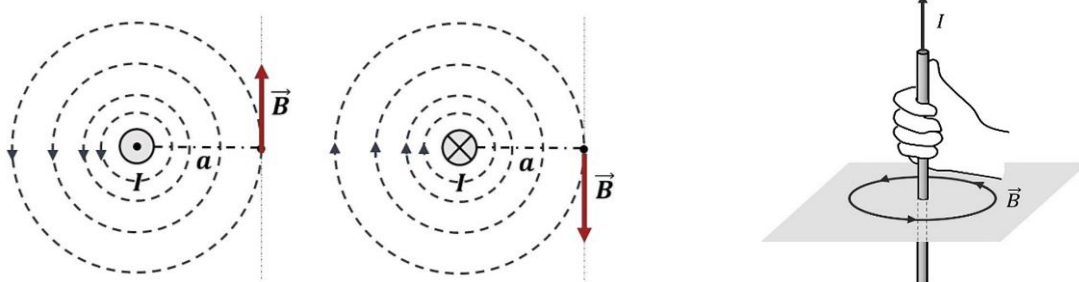
Ovaj projekt obuhvaća 2 matematička zadatka koji objedinjuju gradivo matematike (poznavanje jednadžbe kružnice) i fizike (analiziranje magnetskog polja oko ravnoga vodiča), a temelje se upravo na uočavanju veze između jačine magnetskog polja i udaljenosti neke točke od vodiča kojim protječe električna struja. Naime, u svojim je eksperimentima Nikola Tesla često mjerio jačinu magnetskog polja jer je ono uvelike utjecalo da daljnji tijek njegovih pokusa, novih istraživanja, a u konačnici, bilo je i presudno za utvrđivanje fizikalno ispravnih zaključaka o zakonitostima i pravilima elektromagnetizma.

Zadatak 1. Tesla je analizirao jakost magnetskog polja oko ravnog vodiča. Zamislio je kako je vodič, kojim je pustio struju, postavljen u središte koordinatnoga sustava, a silnice nastalog magnetskog polja predočio je kružnicama. Odabrao je jednu kružnicu, radijusa 10 cm, a zatim ju je uspoređivao s određenim točkama i ostalim kružnicama (također silnicama istog polja, samo različite jakosti). Pri rješavanju određenih pitanja, koja je sam sebi postavio kako bi došao do ispravnog zaključka, morao je voditi računa o tome kako magnetsko polje slabi povećavanjem udaljenosti od tog dugog, ravnog vodiča.

a) Nikolu je najprije zanimalo pripadaju li točke A(6,8) i B(3,4) početno odabranoj kružnici. Provjeri što je Nikola zaključio i potkrijepi matematičkim formulama!

b) Kakva je jakost magnetskog polja u točki C (11,7) u odnosu na točku A? Objasni!

c) Izračunaj udaljenost točke B od vodiča, a potom grafički prikaži odabranu kružnicu te sve 3 točke u koordinatnome sustavu kako bi jasno uočio što je Nikola zaključio!



Zadatak 2. Iako je Nikola bio zadovoljan nakon rezultata pokusa iz prvog zadatka, bio je znatiželjan te je odlučio malo se „igrati“ s tim vodičem. Stoga ga je postavio u točku (2, 1) i započeo s novim „zagonetkama“. Sada je odabrao silnicu koja je kružnica promjera duljine 1 dm.

I. Napisao je jednadžbu kružnice koja sadržava sve točke jednake jačine magnetskog polja, a odgovara silnici s dijametrom od 1 dm. Ispitaj i ti kako glasi njezina jednadžba u općem i kanonskome obliku.

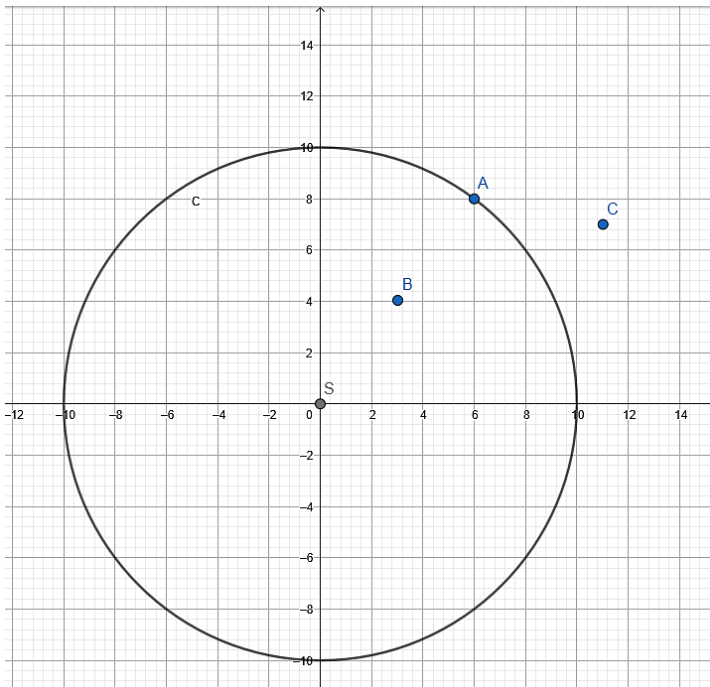
II. Odlučio je ispitati nalazi li se točka D(5,3) na toj silnici. Kada je uvidio da se ona na njoj ne nalazi, htio je grafički prikazati i silnicu na kojoj se ona nalazi, a htio je i odrediti jednadžbu kružnice na kojoj je točka D. Pomogni mu te isto učini i ti, a grafički prikaži obje kružnice u koordinatnome sustavu!

Rješenja zadataka

1. a) Jednadžba kružnice je $x^2 + y^2 = 10^2$, stoga uvrštavanjem koordinata točke A dobivamo $36 + 64 = 100$ te zaključujemo da se ona nalazi na odabranoj kružnici, no istim postupkom potvrđujemo da točka B ne pripada kružnici jer $3^2 + 4^2 \neq 10^2$.

b) Točka C je od ishodišta koordinatnog sustava udaljena za veći r , odnosno polumjer kružnice koja predstavlja novu silnicu magnetskog polja je sada $r = \sqrt{11^2 + 7^2} = 13.04$. S obzirom na to da je udaljenija od vodiča koji je smješten u ishodištu, u točki C je manja jakost magnetskog polja nego u točki A.

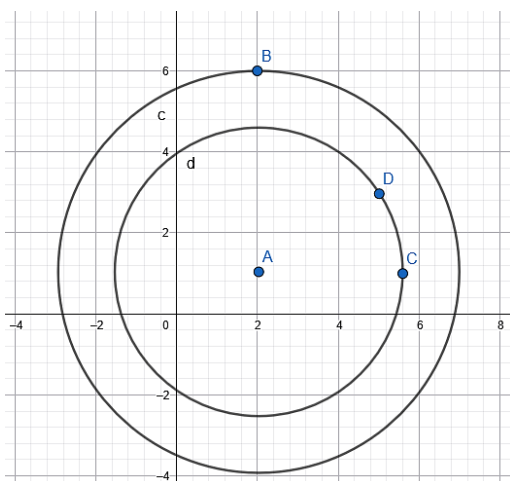
c) Udaljenost točke B od vodiča jednaka je duljini polumjera zamišljene kružnice koja sadržava točku B, a središte joj je također ishodište koordinatnog sustava, stoga dobivamo: $r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Točka B je od vodiča udaljena za 5 cm.



Napomena: jedinična dužina odgovara duljini 1 cm.

2. I) Duljina promjera je 1 dm, odnosno 10 cm, stoga je radijus 5 cm, a jednadžba kružnice $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$, odnosno $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$.

II) Silnica magnetskog polja na kojoj je točka D zapravo je koncentrična kružnici s dijametrom duljine 1 dm, stoga imaju zajedničko središte $S(2,1)$, ali različitu duljinu polumjera koju izračunamo uvrštavanjem koordinata točke D u jednadžbu te kružnice: $r = \sqrt{(5 - 2)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{13}$. Odnosno, jednadžba kružnice glasi: $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 13$.



Napomena: jedinična dužina odgovara duljini 1 cm.