

Naziv aktivnosti
Zrno riže
Sažetak (na materinjem jeziku)
Cilj aktivnosti "Zrno riže" je uvođenje pojma eksponencijalne funkcije. Učenici će slaganjem zrna riže na polja šahovske ploče uočiti eksponencijalnu ovisnost te ju zapisati odgovarajućim pravilom. Izračunavati će vrijednosti funkcije za odgovarajuće argumente te vrijednosti argumenata iz vrijednosti funkcije te ih prikazati tablično. Nacrtati će graf funkcije u koordinatnoj ravnini te uočiti svojstva o monotonosti funkcije.
Sažetak (na engleskom)
The aim of the activity "The Grain of Rice" is to introduce the concept of the exponential function. Students will place grains of rice on the squares of a chessboard, then notice the exponential dependence and write it down following the rule. They will calculate the values of the function for the corresponding arguments as well as the values of the arguments from the values of the function, and present them in a tabular form. Further, they will draw the graph of a function on the plain of the coordinate system and recognise the properties of the monotonicity of the function.
Svrha zadatka (uvod, vježba, ponavljanje...)
Uvod u ekponencijalnu funkciju
Ishodi učenja
• Primjenjuje potencije s cjelobrojnim eksponentima • Analizira eksponencijalnu funkciju • Određuje domenu, sliku, rast i pad, eksponencijalne funkcije i crta graf funkcije • Primjenjuje eksponencijalnu funkciju • Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost
Predznanje učenika
Potencije, koordinatni sustav u ravnini
Potreban materijal
Riza, šahovska ploča (nacrtati šahovska polja na papir)
Očekivano vrijeme za aktivnost
60 min

Očekivano vrijeme za pripremu

Kratka priprema

Kratki opis aktivnosti

Priprema učenika za izvođenje aktivnosti, prikupljanje materijala ili crtanje šahovske ploče

1.dio: Učenici čitaju legendu o nastanku igre šah.

2.dio: Učenici postavljaju zrna riže na šahovska polja, te vrijednosti prikazuju u obliku potencije broja 2.

3.dio: Modeliraju problemsku situaciju, uočavaju eksponencijalni rast i zapisuju problem matematičkim simbolima, izračunavaju konkretne vrijednosti na temelju zadanih.

4.dio: Crtaju graf ekponencijalne funkcije u koordinatnoj ravnini te zaključuju o monotonosti (rast/pad) funkcije. Određuju domenu i sliku funkcije.

5.dio: Analiziraju priču o caru i mudracu ?

Zadaci za učenike

1. Pročitaj legendu o šahu.
2. Na svoju šahovsku ploču kreni slagati zrna riže koje je car obećao Seti. Do kojeg polja si uspio složiti zrna ?
3. Napravi tablicu: stupci će biti polje šahovske ploče (prvo, drugo, treće....), broj zrna riže na tom polju te broj zrna zapisan kao potencija broja 2. Popuni tablicu podacima.
4. Koliko zrna riže moraš postaviti na 30. polje šahovske ploče, a koliko na posljednje polje ?
5. Hoće li se na nekom polju pojaviti 8192 zrna riže ? Može li se pojaviti 2001 zrna riže na nekom polju?
6. Koristeći zapis $f(x) = a^x$ zapiši pravilo za popunjavanje šahovskih polja rižom.
7. Prikaži dobivenu funkciju u koordinatnoj ravnini.
8. Što možeš zaključiti o prikazanoj funkciji, je li rastuća ili padajuća ?
9. Sada zapiši eksponencijalnu funkciju kojoj će baza biti broj recipročan broju 2 te i nju prikaži u istom koordinatnom sustavu.
10. Je li ta funkcija rastuća ili padajuća ? Možeš li postaviti općenitu tvrdnju kojom bismo mogli odrediti je li funkcija padajuća ili rastuća bez da ju prikažemo u koordinatnoj ravnini ?
11. Odredi područje definicije eksponencijalne funkcije te sliku funkcije.
12. Jesu li grafovi tvojih funkcija simetrični ?
13. Jesi li uspio prebrojati koliko zrna riže je car dužan Seti ? Do kojeg si broja došao ? 😊

Rješenje

1. Na svoju šahovsku ploču kreni slagati zrna riže koje je car obećao Seti. Do kojeg polja si uspio složiti zrna ?
Pretpostavljam da ste stali sa slaganjem vrlo brzo, već na 7. polje moramo postaviti 64 zrna riže, na 8. polje 128...
2. Popuni tablicu kojoj će stupci biti polje šahovske ploče (prvo, drugo, treće....), broj zrna riže na tom polju te broj zrna zapisan kao potencija broja 2.

Šahovska polja	Broj zrna riže	Potencija broja 2
1	1	2^0
2	2	2^1
3	4	2^2
4	8	2^3
5	16	2^4
6	32	2^5
7	64	2^6
8	128	2^7
9	256	2^8
10	512	2^9
11	1024	2^{10}
12	2048	2^{11}

3. Koliko zrna riže moraš postaviti na 30. polje šahovske ploče, a koliko na posljednje polje ?

Na 30. polje šahovske ploče postavljamo $f(30) = 2^{30-1} = 536870912$ zrna riže.

Na posljednje šahovsko polje postavljamo $f(64) = 2^{64-1} = 9.22 \cdot 10^{18}$ zrna riže.

4. Hoće li se na nekom polju pojaviti 8192 zrna riže ? Može li se pojaviti 2001 zrna riže na nekom polju?

$8192 = 2^{x-1}$; množenjem brojem 2 dolazimo do rezultata da moramo 13 puta pomnožiti broj 2 sam sa sobom, zaključujemo da na 14. polje šahovske ploče moramo postaviti 8192 zrna riže.

Broj 2001 ne može se pojaviti na niti jednom polju šahovske ploče jer nije potencija broja 2.

5. Koristeći zapis $f(x) = a^x$ zapiši pravilo za popunjavanje šahovskih polja rižom.

Mogu se pojaviti dvije različite funkcije

1.rješenje: $f(x) = 2^{x-1}$, gdje je argument x broj šahovskog polja

2.rješenje: $f(x) = 2^x$, gdje je argument $x - 1$ broj šahovskog polja

6. Prikaži dobivenu funkciju u koordinatnoj ravnini.

7. Što možeš zaključiti o prikazanoj funkciji, je li rastuća ili padajuća ?

Prikazana funkcija je rastuća.

8. Sada zapiši eksponencijalnu funkciju kojoj će baza biti broj recipročan broju 2 te i nju prikaži u istom koordinatnom sustavu.

Mogu se pojaviti dvije različite funkcije

1.rješenje: $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$, gdje je argument x broj šahovskog polja

2.rješenje: $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, gdje je argument $x - 1$ broj šahovskog polja

9. Je li ta funkcija rastuća ili padajuća ? Možeš li postaviti općenitu tvrdnju kojom bismo mogli odrediti je li funkcija padajuća ili rastuća bez da ju prikažemo u koordinatnoj ravnini ?

Prikazana funkcija je padajuća.

Općenito:

Eksponencijalna funkcija $f(x) = a^x$ raste na cijelom području definicije kada je $a > 1$, a pada na cijelom području definicije kada je $0 < a < 1$.

10. Odredi područje definicije eksponencijalne funkcije te sliku funkcije.

Područje definicije funkcije: $D_f \in \mathbb{R}$ Slika funkcije: $I_{mf} \in (0, +\infty)$

11. Jesu li grafovi tvojih funkcija simetrični ?

1.rješenje: $f_1(x) = 2^{x-1}$ i $f_2(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ simetrični su s obzirom na pravac $x = 1$.

2.rješenje: $f_1(x) = 2^x$ i $f_2(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ simetrični su s obzirom na os ordinata.

12. Broj zrna riže je 18 446 744 073 709 551 625 zrna ili oko bilijun tona !

Osamnaest kvadrilijuna četiri stotine četrdeset šest trilijuna sedam stotina četrdeset četiri bilijuna sedamdeset tri milijarde sedam stotina devet milijuna pet stotina pedeset jedna tisuća šest stotina petnaest zrna pšenice.

Napomene

Aktivnost se može primijeniti prilikom obrade više nastavnih sadržaja uz minimalnu prilagodbu. Može se koristiti prilikom obrade potencija ili sume geometrijskog niza.

Pouka price – dvije pouke

- Skroman mudrac svojim je znanjem nadmudrio bahatog i bogatog cara.
- Car je rekao mudracu: „Dragi čovječe, ja te ne želim prevariti ni za jedno zrno riže pa ćeš ti svoju nagradu brojati zajedno s mojim slugama.”

Druga pouka može se iskoristiti na način da proširimo aktivnost te će učenici izračunati koliki bi trebao biti volumen prostorije u koju bi Seta spremio svoju nagradu. Također, ako pretpostavimo da u 1 sekundi prebroji 1 zrno riže, koliko bi mu vremena bilo potrebno da prebroji svoju nagradu ?

Ovaj materijal izrađen je u okviru programa usavršavanja “EnLeMaH - Iskustveno učenje matematike od kuće”

Autor materijala:	Mia Černivec, mag.educ.math. et inf.
Škola:	Medicinska škola u Rijeci
Datum:	listopad 2022.